

Devoir 1

Devoir 1 - Spectroscopie optique de l'hydrogène et des hydrogénoïdes

1.1 Spectre des étoiles (d'après partiel 2018-2019 mais modifié et augmenté)

Dans ce problème, on considère le spectre de l'étoile Vega (*Alpha Lyrae*) relevé entre 3500 et 8500 Å(cf. figure 1.1). Vega est une étoile de type spectral A0V.

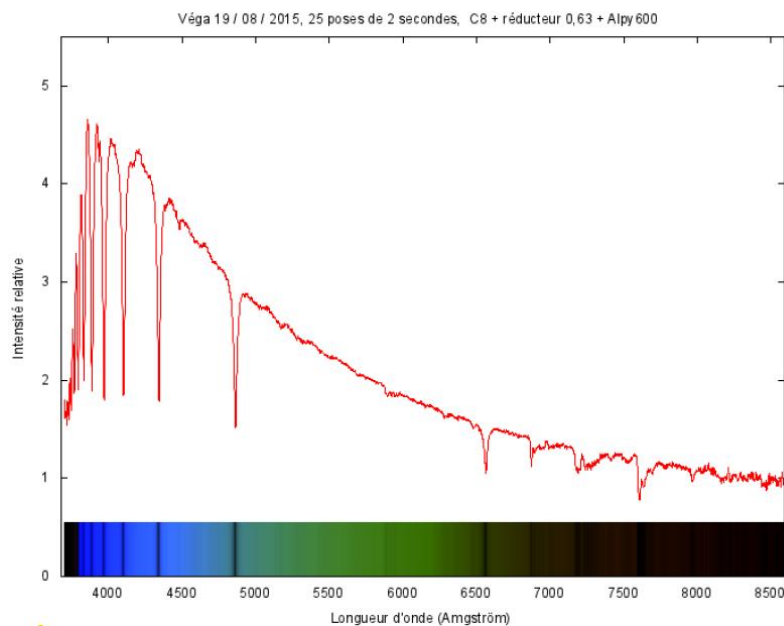


FIGURE 1.1 – Spectre de l'étoile Vega

N°	λ (nm)
1	397
2	410
3	434
4	486
5	656
6	689
7	718
8	763
8bis	764

FIGURE 1.2 – Longueurs d'onde des raies observées dans le spectre de Vega

On rappelle que les spectres des étoiles sont enregistrés à partir du rayonnement émis par la photosphère de l'étoile, où ont lieu divers phénomènes modifiant le rayonnement en provenance du cœur de l'étoile (issu des réactions de fusion nucléaire qui s'y produisent). La photosphère est constituée des éléments H (majoritaire), He et divers éléments minoritaires (tous nommés "métaux" par les astrophysiciens même pour les non métaux comme O). Suivant le type spectral de l'étoile et donc sa température de surface, ces éléments se trouvent sous forme d'atomes neutres et/ou de leurs ions plus ou moins chargés jusqu'à l'état plasma (noyaux + gaz d'électrons).

Partie A

1. Qualifier le spectre observé (deux termes sont attendus).
2. Le rayonnement provenant du cœur de l'étoile et atteignant la photosphère suit assez bien un modèle de *corps noir*. La *température effective* d'une étoile (température de surface : de la photosphère stellaire) est la température qu'aurait un corps noir émettant le même flux d'énergie électromagnétique que cette étoile. L'ajustement du spectre de Vega sur un spectre de corps noir fournit $T = 9602$ K.
En déduire la longueur d'onde au maximum d'émission. Dans quel domaine du rayonnement électromagnétique se situe-t-il ?
3. Que peut-on dire de l'intensité émise par Vega dans le domaine visible ? Quelle couleur peut-on attendre pour Vega ?
4. Pourquoi observe-t-on des raies ? Dans le cas de Vega, les raies observées sont-elles en émission ou en absorption ? Que peut-on dire du spectre d'absorption d'un élément par rapport à son spectre d'émission ?
5. Parmi les raies les plus intenses observées dans le spectre de Vega figurent des raies d'atomes d'hydrogène H de la photosphère, raies situées ici dans le visible (raies de Balmer). Quel nombre quantique est caractéristique du niveau "Balmer" ?
6. On souhaite maintenant attribuer les raies aux transitions qui les causent.
Attribuer par des calculs les raies numérotées 2, 3, 4 et 5 (cf tableau 1.2) à une transition électronique de H : fournir la valeur de l'énergie de transition (en eV) et les nombres quantiques impliqués en précisant dans quel sens se produit la transition électronique.

7. Le spectre de Vega présente une chute de l'intensité du fond continu, nommée *discontinuité de Balmer*, en deçà de la zone des raies de Balmer : pour $\lambda < 364,6nm$. Quel phénomène peut être à l'origine d'une absorption continue ? Justifier la valeur numérique de la longueur d'onde limite de la discontinuité.

Partie B

Toutes les étoiles possèdent de l'hydrogène dans leur photosphère, mais les étoiles de type K (très froides) ou O (très chaudes) ont des raies d'absorption de H (depuis $n=2$) très faibles voire inexistantes (*cf.* Figures 1.6, 1.7, 1.8). On cherche à expliquer ces observations. *Aucun calcul n'est demandé dans cette partie.*

On admet que la distribution d'une population d'atomes de H sur les niveaux d'énergie quantifiés dépend de la température par la loi de distribution de Boltzmann. (Le niveau le plus peuplé est toujours le fondamental).

1. Comment pourriez-vous expliquer cette quasi-absence des raies d'absorption de Balmer de H ($n=2$) dans les étoiles de type K ?
2. Même question pour les étoiles de type O.

Partie C

Dans cette partie, on cherche à expliquer *quantitativement* pourquoi les étoiles de type spectral A ont des spectres contenant des raies de Balmer de H intenses, contrairement aux types K et O. Or l'intensité des raies dépend de la population en nombre d'atomes du niveau qui en est à l'origine. Il s'agit donc de comprendre pourquoi les étoiles de type A ont un niveau de Balmer plus peuplé que les autres étoiles. On va également montrer plus précisément que le maximum de peuplement est obtenu pour $T \approx 10000K$.

*N.B. : pour les développements en vue d'exprimer les rapports relatifs à N_{total} , afin d'alléger les notations, on pourra noter $B(T)$ la distribution de Boltzmann (*cf* équation 1.1) et $S(T)$ celle de Saha (*cf* équation 1.2).*

1. Dans un premier modèle, on considère les niveaux d'énergie de l'atome de H, neutre (noté H I en spectroscopie stellaire) uniquement. Le rapport de population entre deux niveaux d'énergie est donné par la loi de Boltzmann.

Loi de Boltzmann :

$$\frac{N_j}{N_i} = \frac{g_j}{g_i} \exp\left(-\frac{E_j - E_i}{kT}\right) \quad (1.1)$$

où N_i et N_j désignent les populations ou densités d'atomes pour les niveaux d'énergie E_i et E_j quantifiés de H (ici) associés à n_i et n_j respectivement, g_i et g_j les dégénérescences de ces niveaux, k la constante de Boltzmann et T la température absolue.

- (a) Pour la température de Vega ($T = 9602 K$), calculer le rapport N_2/N_1 entre les populations du premier niveau excité et le niveau fondamental. Commenter sa valeur. Que peut-on prédire à partir de la loi de Boltzmann concernant la population des niveaux excités supérieurs ($n \geq 3$) ?
- (b) Exprimer puis calculer le rapport N_2/N_{total} où N_{total} est la population totale d'atomes d'hydrogène : $N_{total} \simeq N_1 + N_2$ (*on ignore les autres niveaux excités, cf supra*). Commenter sa valeur.

- (c) Commenter l'évolution du rapport N_2/N_{total} en fonction de la température (cf figure 1.3).
- (d) Est-ce cohérent avec les observations citées concernant les étoiles plus froides (type K) ? Justifier par un calcul.
- (e) Ce modèle est-il suffisant pour expliquer l'absence de raies de Balmer dans les étoiles plus chaudes (type O) ? Justifier.

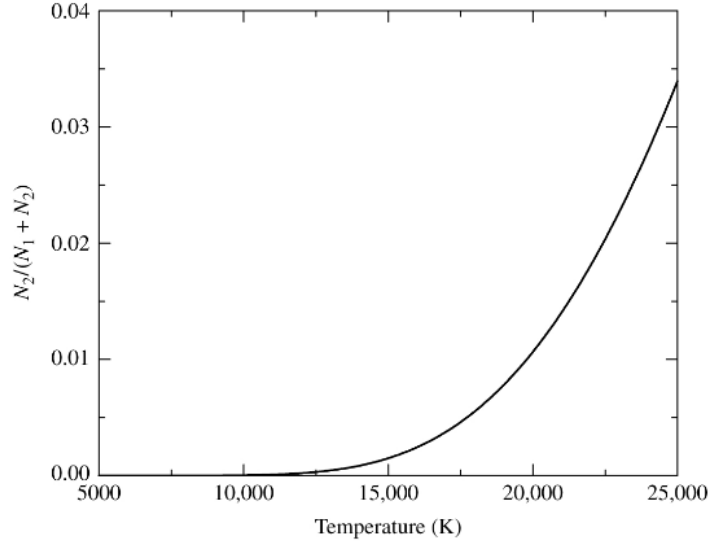


FIGURE 1.3 – Proportion d'atomes de H excités au niveau de Balmer en fonction de la température.

2. Pour expliquer pourquoi les étoiles plus chaudes ont des raies de Balmer de H moins intenses ou inexistantes, il faut prendre en compte un autre phénomène : l'ionisation. La loi de Saha fournit le rapport entre les populations de deux ions consécutifs de charges (i) et (i+1) ($i \in \mathbb{N}$ et pour $i=0$ il s'agit de l'atome neutre). Dans le cas de l'hydrogène, les seules espèces possibles sont l'ion H^+ et l'atome neutre H , qui sont notés en spectroscopie stellaire HII et HI .

Dans cette question, on ne tient compte que des états fondamentaux et on cherche à calculer le rapport $N(H^+)/N(H) = NII/NI$.

Loi de Saha :

$$\frac{NII}{NI} = \frac{2kT}{P_e} \frac{g_{II}}{g_I} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{EI_1}{kT}\right) \quad (1.2)$$

où g_I et g_{II} sont les fonctions de partition (*i.e.* les dégénérescences) des niveaux d'énergie de chaque espèce H et H^+ , P_e la pression du gaz d'électrons dans la photosphère, EI_1 l'énergie de première ionisation de H, k la constante de Boltzmann, h la constante de Planck, m_e la masse de l'électron et T la température absolue.

On donne : $g_I = g_1 = 2$ et $g_{II} = 1$.

- (a) Pour la température de Vega ($T = 9602 \text{ K}$), et une pression d'électrons $P_e = 20 \text{ N.m}^{-2}$, calculer le rapport N_{II}/N_I entre la population d'ions H^+ et celle d'atomes neutres de H . Commenter sa valeur.
- (b) Exprimer le rapport N_{II}/N_{total} avec $N_{total} \simeq N_I + N_{II}$. Calculer et commenter sa valeur pour Véga.
- (c) Commenter l'évolution du rapport N_{II}/N_{total} en fonction de la température (cf figure 1.4). Par lecture graphique, déterminer pour quelle température 50% des atomes de H sont devenus ionisés.
- (d) L'évolution du rapport N_{II}/N_{total} est-elle cohérente avec les observations concernant les étoiles plus chaudes (type O) ? Justifier par un calcul.

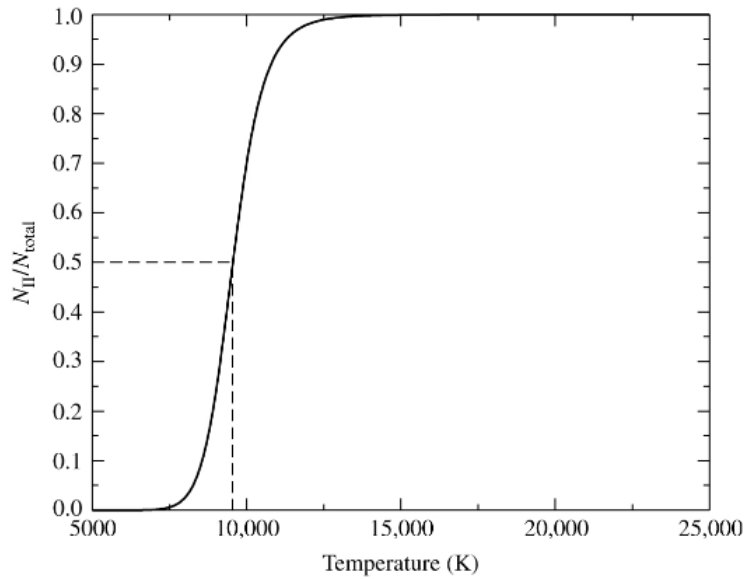


FIGURE 1.4 – Proportion d'atomes de H ionisés en fonction de la température.

3. Dans cette question on cherche à rendre compte de l'évolution avec la température de la population relative du niveau Balmer $n=2$ en tenant compte de tous les phénomènes présents : excitation et ionisation.
 - (a) En combinant les deux équations, exprimer le rapport N_2/N_{total} entre la population du niveau de Balmer N_2 et la population totale d'hydrogène H N_{total} avec $N_{total} \simeq N_1 + N_2 + N_{II}$.
 Les espèces considérées sont donc :
 - l'hydrogène neutre noté H I dans l'état $n=1$ (population N_1),
 - l'hydrogène neutre noté H I dans l'état $n=2$ (population N_2),
 - l'ion H^+ noté H II (population N_{II}).
 - (b) Calculer le rapport N_2/N_{total} dans le cas de Vega.

- (c) Commenter l'évolution du rapport N_2/N_{total} avec la température (cf figure 1.5) et vérifier qu'elle est cohérente par rapport aux observations concernant Vega, les étoiles de type K et les étoiles de type O. Justifier par des calculs.
- (d) Par lecture graphique (cf. Figure 1.5) déduire pour quelle température est atteint le maximum de population du niveau de Balmer. De quel type spectral s'agit-il ?
- (e) (bonus) Pour quels types spectraux observe-t-on des raies de l'hélium neutre He I puis ionisé He II ? Justifier en raisonnant de façon analogue à H. Plus généralement, commenter les raies observées suivant les types spectraux (cf Figures).

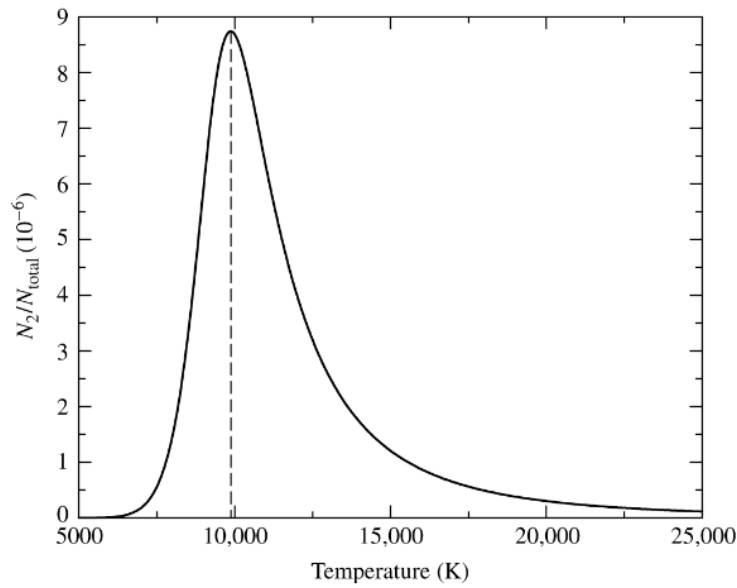


FIGURE 1.5 – Proportion d'atomes de H excités au niveau de Balmer en tenant également compte de l'ionisation

Remarque 1 : on admet que les conditions régnant dans la photosphère assurent l'équilibre thermodynamique local (ETL) permettant d'appliquer la loi de Boltzmann et la loi de Saha.

Remarque 2 : ici on a effectué une approximation en considérant la pression d'électrons P_e identique à $20 N.m^{-2}$ pour tous les types d'étoiles, alors qu'elle est plus faible pour les étoiles froides ($0,1 N.m^{-2}$) et plus élevée pour les étoiles chaudes ($100 N.m^{-2}$).

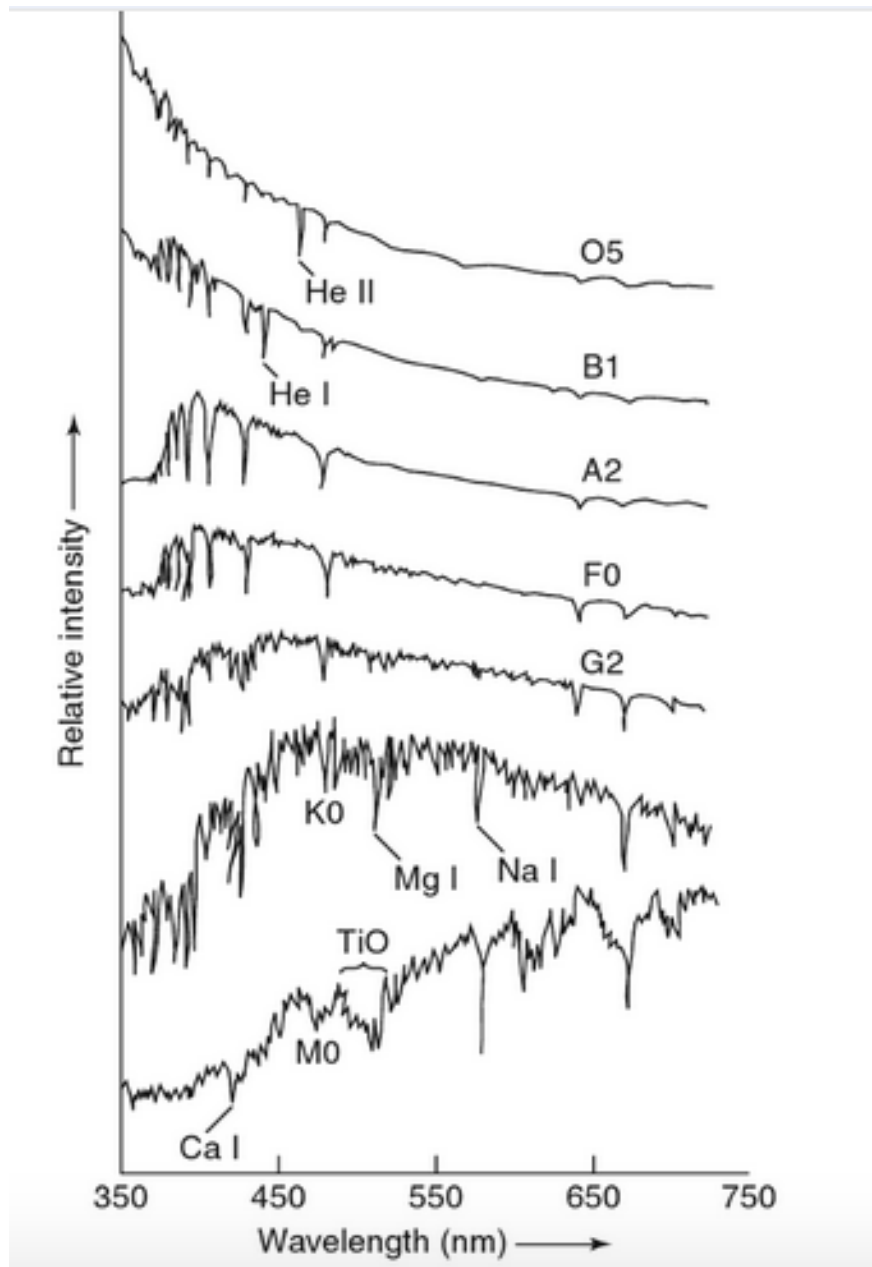


FIGURE 1.6 – Spectres caractéristiques des différents types spectraux

Table : Classes spectrales

Classe	Exemple	T (K)	Caractéristiques
O	10 Lacertae	> 25000	Peu de raies d'absorption sont visibles dans le spectre ; quelques raies de l'hélium ionisé une fois, azote ionisé deux fois, silicium ionisé trois fois.
B	Rigel	11 000 - 25 000	Raies de l'hélium neutre intenses (maximum d'intensité pour le type B2) ; raies du silicium ionisé une ou deux fois ; raies de l'oxygène et du magnésium ionisé une fois ; les raies de l'hydrogène commencent à apparaître ; les raies de l'hélium ionisé ont disparu.
A	Véga	7 500 - 11 000	Raies de l'hydrogène très intenses : elles dominent le spectre (maximum d'intensité pour le type A0) ; raies d'éléments ionisés une fois : magnésium, silicium, fer, titane, calcium, etc. ; les raies des métaux neutres sont très faibles.
F	Procyon	6 000 - 7 500	L'intensité des raies de l'hydrogène diminue ; les raies du calcium, du fer et du chrome ionisé une fois sont encore présentes ; l'intensité des raies des métaux neutres augmente.
G	Soleil	5 000 - 6 000	Les raies du calcium ionisé sont très intenses ; nombreuses raies de métaux neutres ou ionisés ; apparition des bandes moléculaires de CH.
K	Arcturus	3 500 - 5 000	Les raies des métaux neutres dominent le spectre ; la bande moléculaire CH est toujours intense.
M	Bételgeuse	< 3500	Raies intenses des métaux neutres ; bandes moléculaires de l'oxyde de titane TiO très développées.

FIGURE 1.7 – Types spectraux : raies présentes suivant le type. Source : OBSPM. Disponible sur Internet : https://media4.obspm.fr/public/ressources_lu/pages_classification-spectrale/type-spectral-apprendre.html

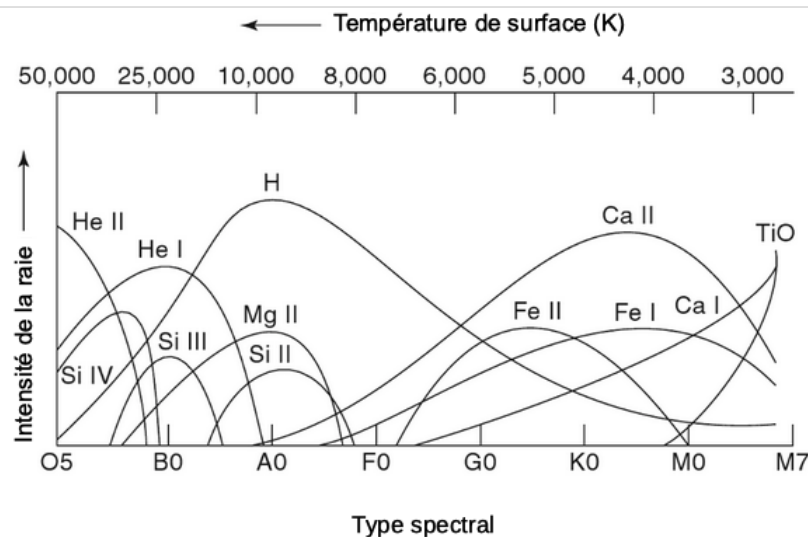


FIGURE 1.8 – Types spectraux : intensité des raies suivant la température