

## 1 Caractéristique d'une chaîne

On considère la chaîne de Markov engendrée par la matrice de transition :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Dessiner le graphe des transitions entre états.
2. La chaîne est-elle irréductible ? Pourquoi ?
3. La chaîne est-elle apériodique ? Pourquoi ?
4. Combien y a-t-il de lois stationnaires correspondant à cette chaîne ?

## 2 Echiquier

On considère un échiquier carré de 9 cases. Sur cet échiquier, on déplace des pièces (minifou, minitour, roi) selon les règles suivantes :

- Le minifou se déplace en diagonale dans les quatre directions mais d'une case seulement.
- La minitour se déplace verticalement ou horizontalement dans les quatre directions mais d'une case seulement.
- Le roi se déplace comme aux échecs d'une case dans les huit directions qui l'entourent.

On considère les chaînes de Markov homogènes correspondant aux positions d'une de ces pièces qui se déplace à chaque pas de temps vers une des cases autorisées en choisissant cette case avec équiprobabilité. La case de départ est choisie avec équiprobabilité parmi les 9 cases possibles.

Décrire les caractéristiques (périodicité, irréductibilité, lois stationnaires)

1. de la chaîne correspondant au déplacement du minifou.
2. de la chaîne correspondant au déplacement de la minitour.
3. de la chaîne correspondant déplacement du roi.