

Contrôle commun de mathématiques pour la gestion n°2 : M1205 - 1h
--

Le devoir doit être rédigé ! Toute réponse inexpliquée n'a aucune valeur !

Mais pas de présentation de calcul intermédiaires inutiles !

Toute calculatrice autorisée. Tout document interdit.

Exercice 1 (3pts) : Résoudre l'équation suivante : $4/5 - 8 \exp(3x-2) = 2/5$

Exercice 2 (3pts) : Résoudre l'inéquation suivante : $(5x-2) \ln(6x+3) > 0$

Exercice 3 (14pts) :

On considère la fonction définie par $f(x) = \exp(3-x) [\ln(x-1)]$

Partie A : Etude théorique

- 1) Donner son domaine de définition
- 2) Montrer que la fonction dérivée de f est définie par $f'(x) = \exp(3-x) (-\ln(x-1) + 1/(x-1))$.
- 3) Soit $g(x) = (-\ln(x-1) + 1/(x-1))$.
Montrer que $g'(x) = -x/(x-1)^2$ et étudier son signe.
- 4) En déduire les variations de g sur l'intervalle $]1 ; 10]$ et dresser le tableau de variations.
- 5) Montrer que la fonction g s'annule une fois entre 2 et 3.
- 6) En déduire le signe de $g(x)$ et celui de $f'(x)$.
- 7) En déduire les variations de f sur l'intervalle $]1 ; 10]$ et dresser le tableau de variations.
- 8) La fonction admet-elle des extrema sur l'intervalle $]1 ; 10]$?
- 9) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Partie B : Application économique

Une entreprise fabrique des objets.

Chaque jour, elle peut techniquement produire un nombre d'objets compris entre 0 et 1000. Après une étude approfondie elle a pu établir que son bénéfice est représenté par la fonction f de la partie A définie par $f(x) = \exp(3-x) [\ln(x-1)]$ (en Keuros) où x représente le nombre de centaines d'objets fabriqués et vendus par jour.

Tournez SVP

Elle désire savoir :

- a) Pour quelles valeurs de x peut-elle réaliser un bénéfice ?
- b) Pour quelle valeur de x le bénéfice est-il maximum ? Quel est alors ce bénéfice ?
- c) Donner alors le nombre d'objets correspondant.

NB : Bien que la partie B reprenne les résultats de la partie A, il est possible de répondre à la partie B sans avoir fait la partie A et en utilisant au mieux sa calculatrice pour observer le comportement de la courbe de f .