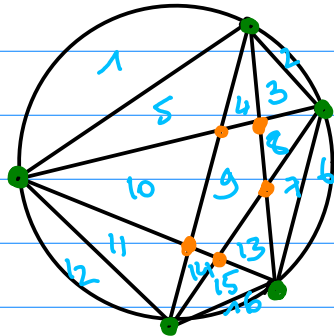


17-12-2020 -

Un peu de combinatoire ...



- On place n points sur un cercle.
- On trace tous les segments qui relient ces n points

Pb : combien de régions dans le disque a-t-on créé.

Notre hypothèse : situation "généralisée" trois segments ne se croisent pas en un même point.

EXERCICE 1 :

1/- On prend quelques exemples : $n = 2, 3, 4, 5 \dots$

$n = 1$: 1

$n = 2$: 2

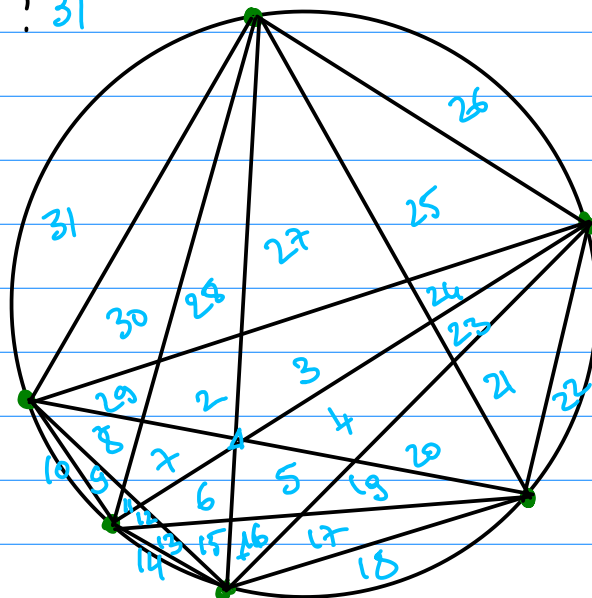
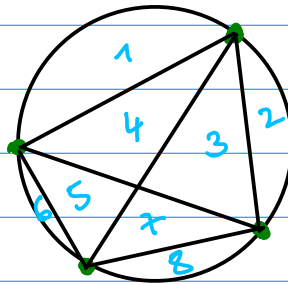
$n = 3$: 4

$n = 4$: 8

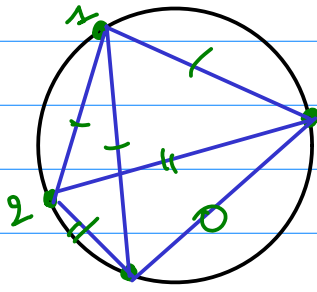
$n = 5$: 16

$n = 6$: ? 31

et pas 32!



2) - On commence par compter les segments :



$n=4$: 6 segments

1^{ère} méthode : Depuis le point 1 : $n-1$ segments
 2. $n-2$ segments
 $\vdots$
 $n-1$: 1 segment (avec le point n)

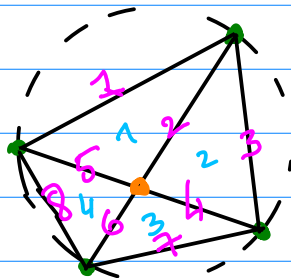
d'où $C_m = 1 + 2 + \dots + (n-2) + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n^2 - n}{2}$

$1 + 2 + \dots + (k-1) + k = \frac{k(k+1)}{2}$ $\uparrow k=n-1$

2^{ème} méthode $\binom{n}{2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{2(n-2)!}$
 $\uparrow$ nb de façons de choisir 2 points parmi n points

$C_m = \frac{n(n-1)}{2}$

On va essayer de compter tous les "sommets"



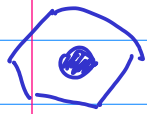
1 point intérieur
 8 segments (arêtes)

$\uparrow$ n sur le cercle
 $\uparrow$ + ceux qui sont à l'intérieur.

FORMULE D'EULER : nb sommets - nb arêtes + nb faces = 1 $\oplus$
 "formule magique" $4 + 1 \quad 8 \quad 4 \quad =$

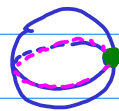
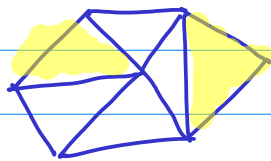
FORMULE D'EULER: pour le découpage d'un polygône 

↳ on ne trouverait pas la même chose si on essayait de découper une sphère. ☹️

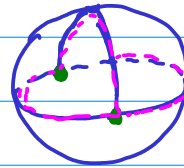


↳ hi si on regarde un domaine qui a un trou, on trouve aussi qch de $\neq$

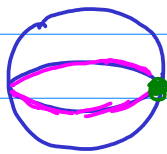
La valeur à droite de $\otimes$ est ce qu'on appelle la caractéristique d'Euler.



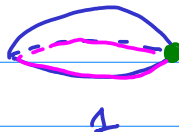
$$1 - 1 + 2 = 2$$



$$2 - 3 + 3 = 2$$



$$1 - 1 + 2 = 2$$



$$1$$



$$1 = 1 - 1 + 1$$

EXERCICE 2

1 - Compter le nombre de sommets intérieurs (créés par intersection de cordes)

1 sommet intérieur $\iff$ choisir 4 points $\neq$ sur le cercle

$$\binom{n}{4}$$