Test 1 sur les TD 1 et 2	R3.10 Mathématiques

NOM, Prénom :

Vous devez répondre sur la feuille quand cela est possible.
La propreté, la rédaction et la justification seront pris en compte pour l'évaluation de votre copie.
Pensez à souligner vos résultats.

Bon courage.

Exercice 1 : (1 point)
Calculer le pourcentage d'évolution d'un prix passant de 43 € à 56 €. Arrondir à 0,1 près.

Exercice 2 : (1 point)
1. Calculez le taux d'évolution si le coefficient multiplicateur est de 0,56.

2. Calculez le taux d'évolution si le coefficient multiplicateur est de 1,35.

Exercice 3 : (2 points)
La valeur d'une action a subi une baisse de 24 % par an.
1. Quel est son coefficient multiplicateur ?

2. Si au départ, la valeur est de 45 €. Quelle sera sa valeur l'année d'après ?

3. Si à l'arrivée, la valeur est de 60,8 €. Quelle était sa valeur l'année précédente ?

Exercice 4 : (2 points)
Un prix P subit une baisse de 20 %. Quel taux d'évolution réciproque (en pourcentage) doit-il subir pour revenir au prix initial ?

Exercice 5 : (2 points)
Un prix P subit une augmentation de 15% suivie d'une baisse de 15%. Au final, que va-t-il subir ? Une augmentation ? Une baisse ? De quel pourcentage ? Ne pas arrondir.

Exercice 6 : (3 points)

Calculer S = 30 + 33 + 36 + 39 + … + 264

Exercice 7 : (9 points)

En 1800, l'Angleterre comptait 8 millions d'habitants. Malthus avait émis l'hypothèse suivante :

- La population de l'Angleterre augmente de 2% par an ;
- L'agriculture anglaise, en 1800, permet de nourrir 10 millions d'habitants et son amélioration permet de nourrir 400 000 habitants supplémentaires par an.

1. On considère les suites (P_n) et (A_n) qui donnent respectivement la population et le nombre de personnes que l'agriculture peut nourrir l'année 1800 + n **en millions d'habitants**.

   a. Donner P_{n+1} en fonction de P_n. En déduire la nature de la suite (P_n). Donner P_n en fonction de n.

   b. Donner A_{n+1} en fonction de A_n. En déduire la nature de la suite (A_n). Donner A_n en fonction de n.

2. Calculer la population de l'Angleterre en 1900 et le nombre d'habitants que pouvait nourrir l'agriculture anglaise cette même année. Arrondir au million près.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. Déterminer, l'année à partir de laquelle la population anglaise dépasse 44 millions d'habitants, suivant la théorie de Malthus.

Exercice 1 : (1 point)

Calculer le pourcentage d'évolution d'un prix passant de 43 € à 56 €. Arrondir à 0,1 près.

Pourcentage d'évolution = $\frac{56-43}{43} \times 100 \approx \boxed{30{,}2\ \%}$ **1 point**

Exercice 2 : (1 point)

1. Calculez le taux d'évolution si le coefficient multiplicateur est de 0,56.

$t = (CM - 1) \times 100 = (0{,}56 - 1) \times 100 = \boxed{-44\ \%}$ Baisse de 44%. **0,5 point**

2. Calculez le taux d'évolution si le coefficient multiplicateur est de 1,35 ?

$t = (CM - 1) \times 100 = (1{,}35 - 1) \times 100 = \boxed{35\ \%}$ Hausse de 35%. **0,5 point**

Exercice 3 : (2 points)

La valeur d'une action a subi une baisse de 24 %.

1. Quel est son coefficient multiplicateur ?

$CM = 1 - 24 / 100 = \boxed{0{,}76}$ **0,5 point**

2. Si au départ, la valeur était de 45 €. Quelle est sa valeur l'année d'après ?

$Va = Vd \times CM = 45 \times 0{,}76 = \boxed{34{,}2\ €}$ **0,5 point**

3. Si à l'arrivée, la valeur était de 60,8 €. Quelle était sa valeur l'année précédente ?

$V_d = \frac{V_a}{CM} = \frac{60{,}8}{0{,}76} = \boxed{80\ €}$ **1 point**

Exercice 4 : (2 points)

Un prix P subit une baisse de 20 %. Quel taux d'évolution réciproque doit-il subir pour revenir au prix initial ?

$CM = 1 - \frac{20}{100} = 0{,}80$ Donc $CM_{réciproque} = \frac{1}{CM} = \frac{1}{0{,}80} = 1{,}25$

Taux d'évolution = $(CM - 1) \times 100 = (1{,}25 - 1) \times 100 = 25\ \%$.

Pour revenir au prix initial, il doit subir une hausse de **<u>25 %.</u>** **2 points**

Exercice 5 : (2 points)

Un prix P subit une augmentation de 15% suivie d'une baisse de 15%. Au final, que va-t-il subir ? Une augmentation ? Une baisse ? De quel pourcentage ? Ne pas arrondir.

$$\left.\begin{array}{l} CM_1 = 1 + \frac{15}{100} = 1{,}15 \\ CM_2 = 1 - \frac{15}{100} = 0{,}85 \end{array}\right\} CM_{global} = CM_1 \times CM_2 = 1{,}15 \times 0{,}85 = \boxed{0{,}9775}$$

Taux d'évolution = $(CM - 1) \times 100 = (0{,}9775 - 1) \times 100 =$ **<u>– 2,25 %.</u>**

Il subit une baisse de 2,25 %. **2 points**

Exercice 6 : (3 points)

Calculer $S = 30 + 33 + 36 + 39 + \dots + 264$

C'est la somme des termes d'une suite arithmétique de raison 3 et de premier terme U0 = 30. **1 point**

On résout $U_n = 30 + 3n = 264$ ⇔ $3n = 264 - 30 = 234$ ⇔ $n = 234/3 = 78$ **1 point**

$S = (78 + 1)(30 + 264) / 2 = 11\ 613$ **1 point**

Correction de l'exercice 7 : (6 points)

En 1800, l'Angleterre comptait 8 millions d'habitants. Malthus avait émis l'hypothèse suivante :

- La population de l'Angleterre augmente de 2% par an ;
- L'agriculture anglaise, en 1800, permet de nourrir 10 millions d'habitants et son amélioration permet de nourrir 400 000 habitants supplémentaires par an.

1. On considère les suites (P_n) et (A_n) qui donnent respectivement la population et le nombre de personnes que l'agriculture peut nourrir l'année 1800 + n **en millions d'habitants**.

a. Donner P_{n+1} en fonction de P_n. En déduire la nature de la suite (P_n). Donner P_n en fonction de n.

En 1800, l'Angleterre comptait 8 millions d'habitants. Chaque année la population de l'Angleterre s'accroit de 2%., donc elle est multipliée par 1,02. Donc **$P_{n+1} = 1,02\, p_n$**.

La suite (P_n) est une **suite géométrique** de raison **1,02** et de premier terme **8**.

D'où pour tout $n \in \mathbb{N}$ **$P_n = 8 \times 1,02^n$** **2 points**

b. Donner A_{n+1} en fonction de A_n. En déduire la nature de la suite (A_n). Donner A_n en fonction de n.

Si An est le nombre de personne pouvant être nourries l'année 1800 + n, l'année suivante elle est augmentée de 0,4 million donc $A_{n+1} = A_n + 0,4$

La suite (A_n) est une **suite arithmétique** de raison **0,4** et de premier terme **10**.

D'où pour tout $n \in \mathbb{N}$ **$A_n = 10 + 0,4n$** **2 points**

2. Calculer la population de l'Angleterre en 1900 et le nombre d'habitants que pouvait nourrir l'agriculture anglaise cette même année. Arrondir au million près.

$P_{100} = 8 \times 1,02^{100}$ soit environ 58 millions d'habitants

$A_{100} = 10 + 0,4 \times 100 = 50$ millions d'habitants **1 point**

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Selon la théorie de Mathus, la population en 1900 ne pourra plus être nourrie. **1 point**

3. Déterminer, l'année à partir de laquelle la population anglaise dépasse 44 millions d'habitants, suivant la théorie de Malthus. **3 points**

On résout : $P_n > 44$ ⇔ $P_n = 8 \times 1,02^n > 44$ ⇔ $1,02^n > 44/8$ (1 point)

⇔ $\ln(1,02^n) > \ln(5,5)$ Car tous les nombres sont positifs (0,5 point)

⇔ $n * \ln(1,02) > \ln(5,5)$ (0,5 point)

⇔ $n > \ln(5,5) / \ln(1,02) \approx 86,1$ Car $\ln(1,02) > 0$ (0,5 point)

Donc N = 87 (0,5 point)